



DECSAI

Departamento de Ciencias de la Computación e I.A.

Universidad de Granada



Optimización

© Fernando Berzal, berzal@acm.org

Optimización



Metaheurísticas

Técnicas de búsqueda local

- Ascensión de colinas

Optimización basada en modelos naturales

- Enfriamiento simulado
- Modelos evolutivos
 - Algoritmos genéticos
- Modelos de adaptación social ("swarm intelligence")
 - Colonias de hormigas
[ACO: Ant Colony Optimization]
 - Nubes de partículas
[PSO: Particle Swarm Optimization]



Metaheurísticas



Técnicas computacionales que resuelven iterativamente problemas de optimización, intentando mejorar una solución candidata con respecto a una medida de calidad dada @ <http://en.wikipedia.org/wiki/Metaheuristic>

- Las metaheurísticas no suelen realizar suposiciones acerca del problema de optimización y pueden explorar espacios de búsqueda muy grandes.
- Las metaheurísticas no garantizan que se encuentre una solución óptima.
- Muchas metaheurísticas implementan alguna forma de optimización estocástica.



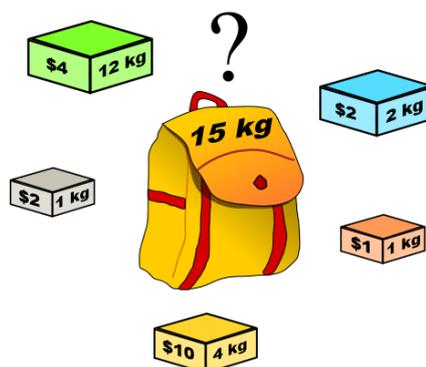
Metaheurísticas



Problemas de optimización combinatoria

(las metaheurísticas como alternativa al uso de técnicas exhaustivas del estilo de branch&bound)

- Problema de la mochila [knapsack problem], $O(2^n)$
http://en.wikipedia.org/wiki/Knapsack_problem



Metaheurísticas



Problemas de optimización combinatoria

(las metaheurísticas como alternativa al uso de técnicas exhaustivas del estilo de branch&bound)

- Problema del viajante de comercio (TSP), $O(n^2 2^n)$
http://en.wikipedia.org/wiki/Traveling_salesman_problem



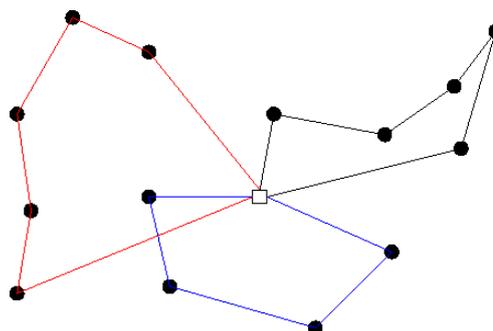
Metaheurísticas



Problemas de optimización combinatoria

(las metaheurísticas como alternativa al uso de técnicas exhaustivas del estilo de branch&bound)

- Problema de la ruta de los vehículos (VRP), $O(n!)$
http://en.wikipedia.org/wiki/Vehicle_routing_problem



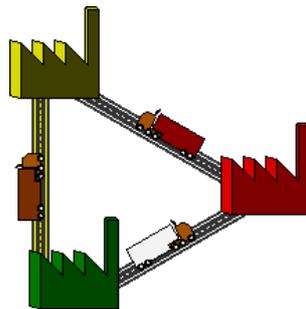
Metaheurísticas



Problemas de optimización combinatoria

(las metaheurísticas como alternativa al uso de técnicas exhaustivas del estilo de branch&bound)

- Problema de la asignación cuadrática (QAP), $O(n!)$
http://en.wikipedia.org/wiki/Quadratic_assignment_problem

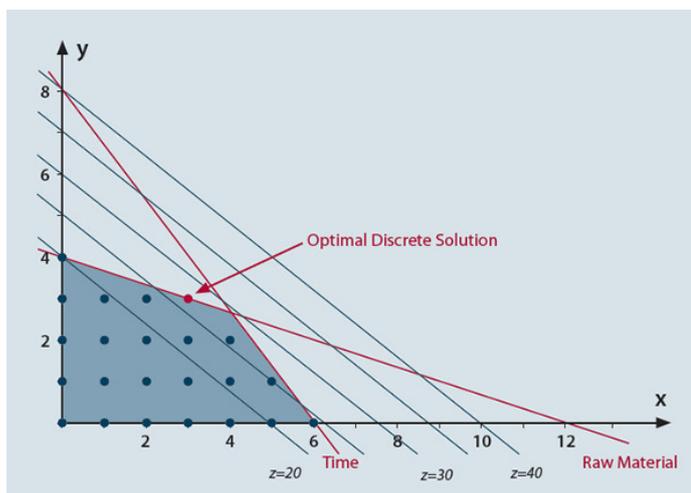


Metaheurísticas



Problemas de optimización combinatoria

- Programación entera [integer programming]
http://en.wikipedia.org/wiki/Integer_programming



ILP =
Caso discreto de
la programación
lineal.





Ejemplos

Espacios de búsqueda discretos (optimización combinatoria)

- Scatter search

Fred Glover: "Heuristics for Integer programming Using Surrogate Constraints". *Decision Sciences* 8 (1): 156–166, 1977.

- Búsqueda tabú [tabu search]

Fred Glover and C. McMillan: "The general employee scheduling problem: an integration of MS and AI". *Computers and Operations Research*, 1986.

- GRASP = Greedy Randomized Adaptive Search Procedure

T.A. Feo and M.G.C. Resende: "A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem". *Operations Research Letters*, 8:67–71, 1989.



Ejemplos

Espacios de búsqueda discretos (optimización combinatoria)

- Enfriamiento simulado

Kirkpatrick, S.; Gelatt Jr., C.D.; Vecchi, M.P. (1983). "Optimization by Simulated Annealing".

Science 220 (4598):671–680. DOI 10.1126/science.220.4598.671

- Algoritmos genéticos

John H. Holland: "Adaptation in Natural and Artificial Systems". University of Michigan Press, 1975

- Colonias de hormigas

Marco Dorigo: "Optimization, Learning and Natural Algorithms" PhD thesis, Politecnico di Milano, 1992.





Ejemplos

Espacios de búsqueda continuos

- Nubes de partículas

J. Kennedy & R. Eberhart: "Particle Swarm Optimization".
Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks, 1995.

- Evolución diferencial

R. Storn & K. Price: "Differential evolution - A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces". Journal of Global Optimization 11 (4): 341–359, 1997.

- Estrategias de evolución

I. Rechenberg: *Evolutionsstrategie – Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution*, PhD Thesis, 1971.



Ascensión de colinas



Ascensión de colinas simple

E: Estado activo

```
while (E no sea el objetivo
      y queden nodos por explorar a partir de E)
  Seleccionar operador R para aplicarlo a E
  Evaluar f(R(E))
  if (f(R(E))>f(E))
    E = R(E)
```

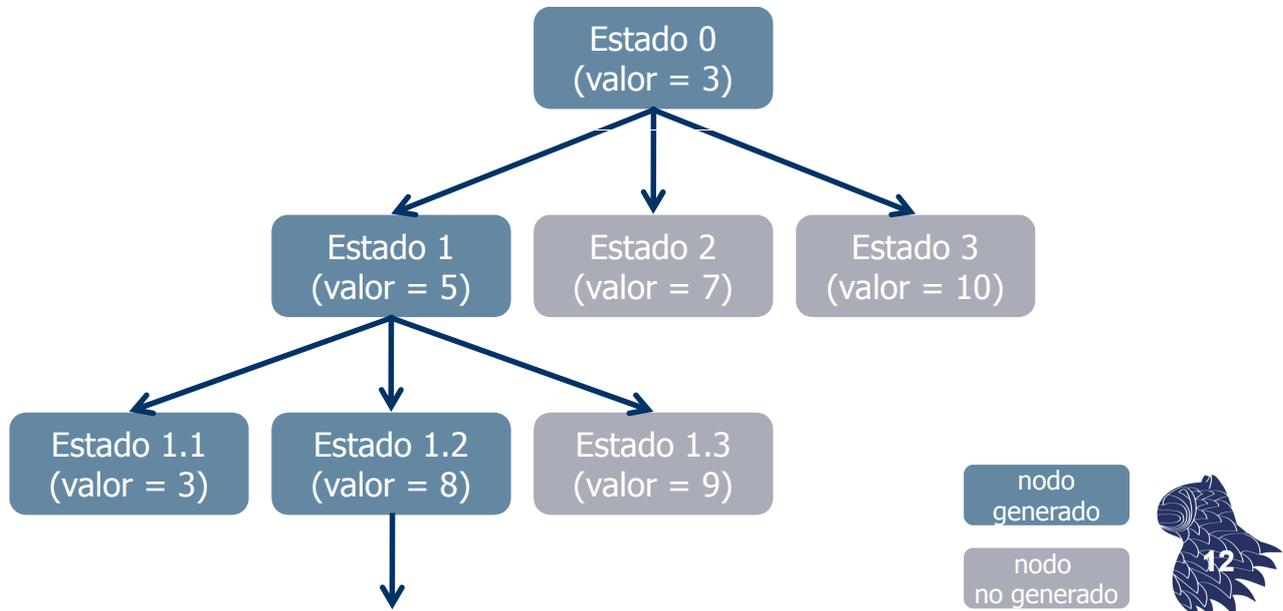


Ascensión de colinas



Ascensión de colinas simple

“Como subir al Everest con una niebla espesa y amnesia”



Ascensión de colinas



Ascensión de colinas por la máxima pendiente

E: Estado activo

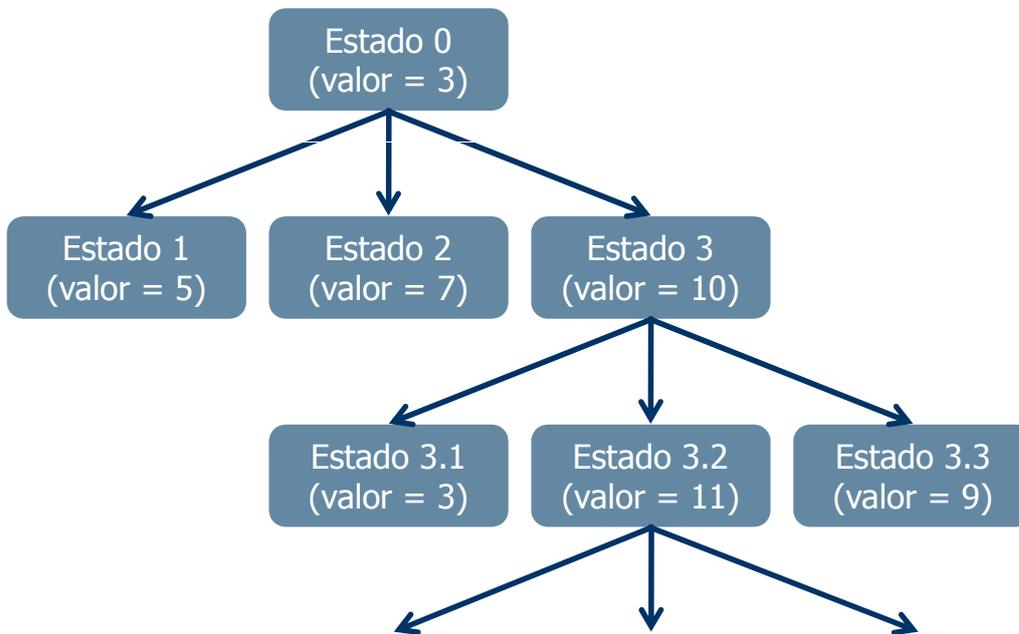
```
while (queden nodos por explorar a partir de E)
  Para todos los operadores  $R_i$ , obtener  $E_i=R_i(E)$ 
  Evaluar  $f(E_i)$  para todos los estados  $E_i=R_i(E)$ 
  Seleccionar  $E_{max}$  tal que  $f(E_{max}) = \max\{f(E_i)\}$ 
  if ( $f(E_{max})>f(E)$ )
    E =  $E_{max}$ 
  else
    return E
```



Ascensión de colinas



Ascensión de colinas por la máxima pendiente



Ascensión de colinas



Ascensión de colinas por la máxima pendiente

Observaciones

- Se realiza una búsqueda del mejor hijo del nodo actual E (para seleccionar el operador R más prometedor).
- Una vez elegido el operador R más prometedor, obtenemos el estado $E' = R(E)$ y se repite el proceso a partir del estado E'
- En memoria sólo tenemos que almacenar E , el hijo de E que estemos considerando en cada momento y el mejor hijo que hayamos encontrado.



Ascensión de colinas



Ascensión de colinas por la máxima pendiente

Observaciones

- El proceso se repite hasta que se encuentre una solución, hasta no podamos avanzar más o hasta que todos los hijos sean peores que el padre del que provienen.
- Este último criterio puede dar lugar a varios problemas debido a la existencia de máximos locales y mesetas en la función de evaluación heurística.

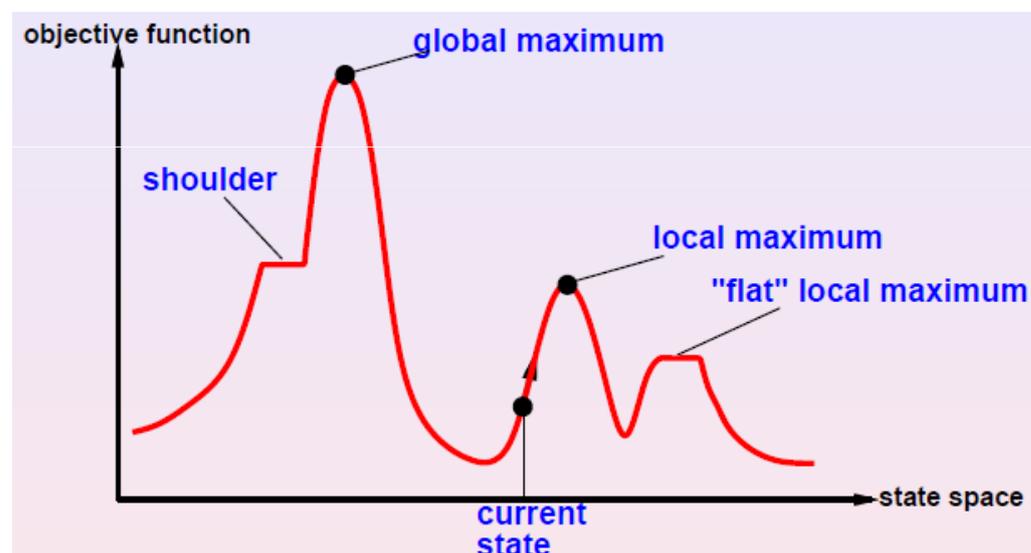


Ascensión de colinas



Ascensión de colinas por la máxima pendiente

Limitaciones



Ascensión de colinas



Ascensión de colinas por la máxima pendiente

Limitaciones

1	2	3
8		4
7	6	5

objetivo

3	2	1
8		4
7	6	5

$E_{\text{máximo local}}$

Máximo local

Todos los movimientos empeoran el valor de la función heurística.

1	2	3
6	7	4
	8	5

E_{meseta}

Meseta

Todos los movimientos dejan igual el valor de la función heurística.



Ascensión de colinas



Ascensión de colinas por la máxima pendiente

Posibles soluciones

- Continuar la exploración de más niveles del árbol (no estaríamos ante una estrategia de búsqueda "local").
- Probar con distintos puntos de partida.
- "Dar saltos", aunque sólo sea de vez en cuando.

vg. enfriamiento simulado [simulated annealing]
algoritmos genéticos



Enfriamiento simulado



- Proceso de recocido del acero y cerámicas que consiste en calentar y luego enfriar lentamente el material para variar sus propiedades físicas.
- El calor causa que los átomos aumenten su energía y que puedan así desplazarse de sus posiciones iniciales (un mínimo local de energía).
- El enfriamiento lento les da mayores probabilidades de recristalizar en configuraciones con menor energía que la inicial (mínimo global).



Enfriamiento simulado



IDEA

Escapar de los máximos locales
permitiendo movimientos malos.
Gradualmente,
tales movimientos decrecen en tamaño y frecuencia.

MECANISMO: Temperatura $T(i)$

- Empieza siendo alta y decrece hasta aproximarse a 0.
- A una temperatura $T(i)$, la probabilidad de cada estado se puede calcular usando la distribución de Boltzmann:

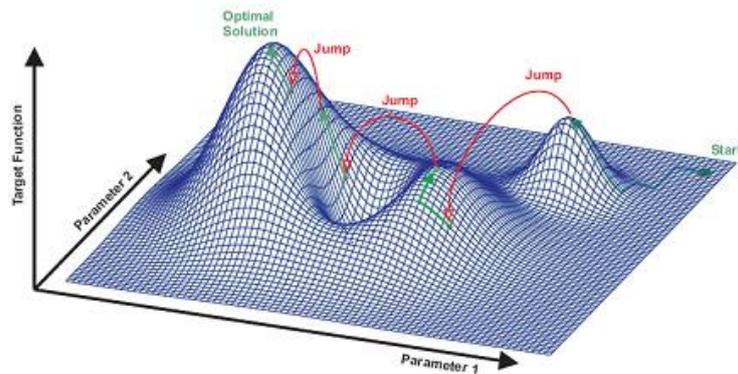
$$p(x) = \alpha e^{-\frac{E(x)}{kT}}$$



Enfriamiento simulado



Simulated Annealing



Enfriamiento simulado



Algoritmo

```
s ← s0; e ← E(s) // Estado y energía inicial
best ← s; ebest ← e // Mejor solución actual
k ← 0 // Número de iteración
while (k < kmax) and (e > emin)
  T ← temperature(k/kmax) // Temperatura actual
  snew ← neighbour(s) // Vecino aleatorio
  enew ← E(snew) // Energía asociada al vecino
  if P(e, enew, T) > random()
    s ← snew; e ← enew // Salto aleatorio al vecino
  if enew < ebest then // Mejor solución encontrada
    sbest ← snew; ebest ← enew
  k ← k + 1
return sbest // Resultado final
```



Algoritmos genéticos



- Se hace evolucionar una población de individuos (cada uno de los cuales representa una posible solución).
- La población se somete a acciones aleatorias semejantes a las de la evolución biológica (mutaciones y recombinaciones genéticas).
- Los individuos se seleccionan de acuerdo con una función de adaptación en función del cual se decide qué individuos sobreviven (los más adaptados) y cuáles son descartados (los menos aptos).



Algoritmos genéticos

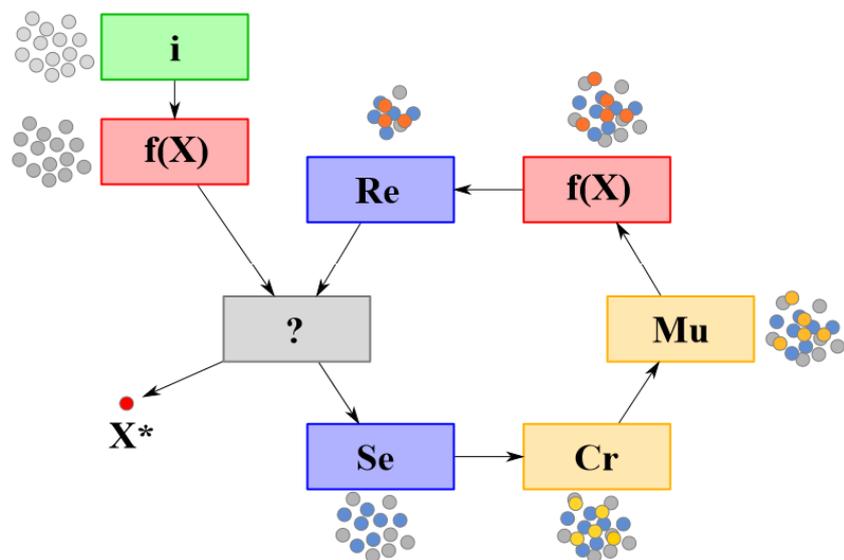


Fases

- Inicialización
- Evaluación

Repetición...

- Selección
- Cruce
- Mutación
- Evaluación
- Reemplazo



Algoritmos genéticos



Algoritmo

```
t ← 0
población(t) ← poblaciónInicial
EVALUAR(población(t))

while not (condición de terminación)
  t ← t + 1
  población(t) ← SELECCIONAR(población(t-1))
  población(t) ← CRUZAR(población(t))
  población(t) ← MUTAR(población(t))
  EVALUAR(población(t))

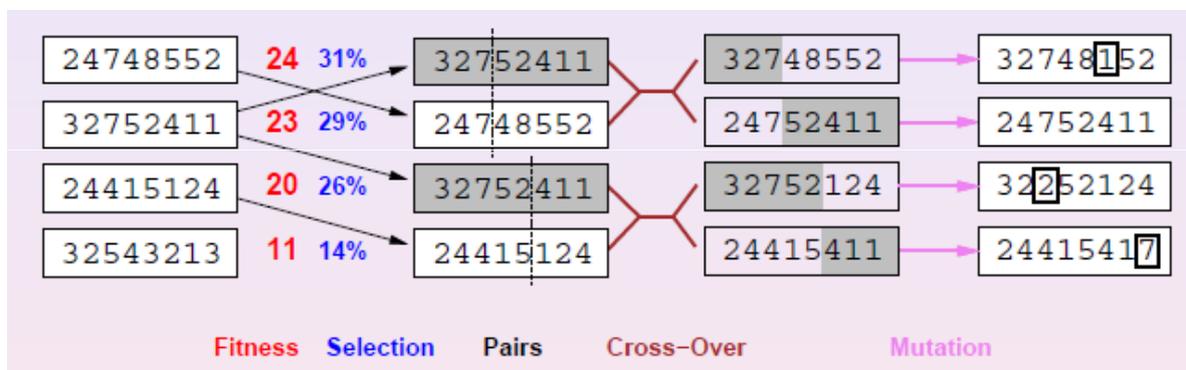
return población(t)
```



Algoritmos genéticos



Selección, cruce & mutación

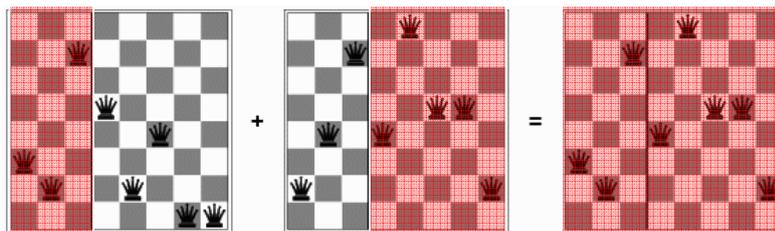


Algoritmos genéticos



Ejemplo: El problema de las N reinas

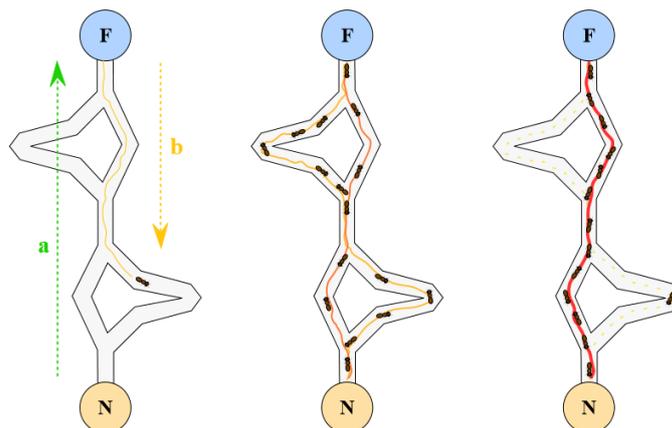
- Función de evaluación:
Número de parejas de reinas que no se atacan.
- Operador de cruce:



Colonias de hormigas



- Inicialmente, las hormigas se mueven aleatoriamente.
- Cuando encuentran comida, al volver a su colonia, van dejando un rastro de feromonas.
- Cuando otras hormigas encuentran feromonas, tienden a seguir el rastro dejado por sus predecesoras.

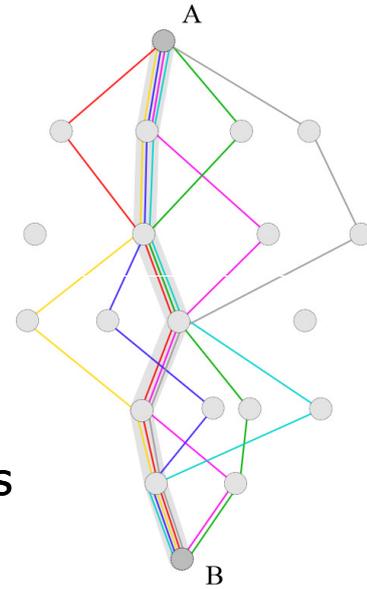


Colonias de hormigas



Cuando encuentran comida, las hormigas vuelven de forma más o menos directa a la colonia (dejando un rastro de feromonas).

Como las feromonas se evaporan, el camino más corto acabará resultando más atractivo para otras hormigas y el más largo acabará desapareciendo.



Colonias de hormigas



Aplicación original: TSP

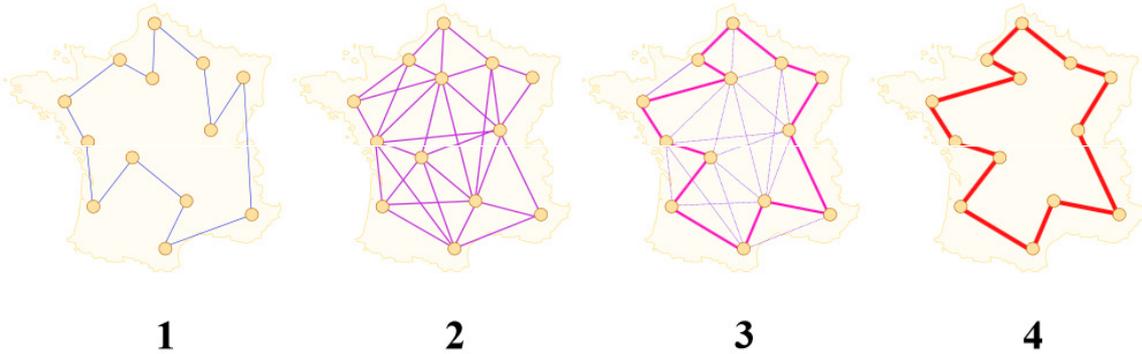
- La probabilidad de visitar una ciudad depende de su distancia (una ciudad lejana es menos visible).
- Cuanto mayor sea el nivel de feromonas asociado a un camino, mayor es la probabilidad de que se siga ese camino.
- Al completar un circuito, una hormiga deposita más feromonas en cada arista recorrida cuanto más corto es el camino que ha encontrado.
- Al final de cada iteración, las feromonas se evaporan.



Colonias de hormigas



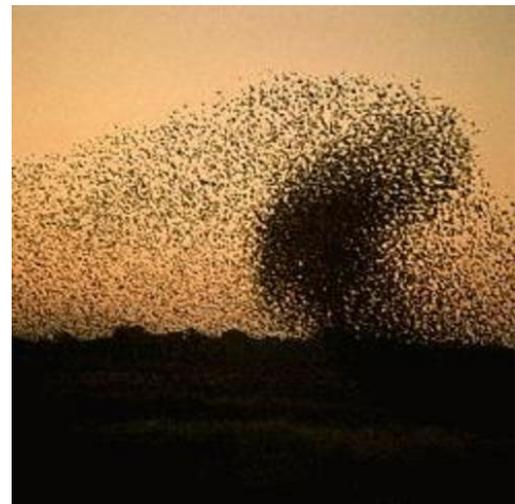
Aplicación original: TSP



Nubes de partículas



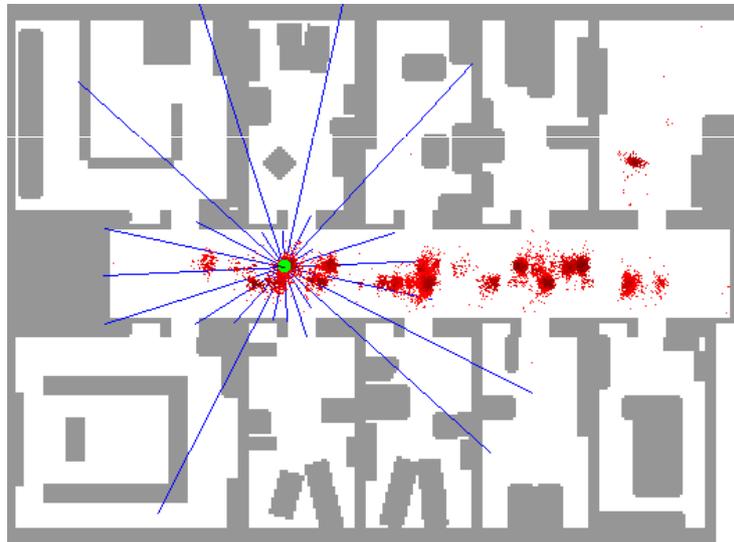
- Se mantiene una población [“enjambre” o nube] de soluciones candidatas [“partículas”].
- La posición de cada partícula se actualiza iterativamente de acuerdo a una fórmula definida sobre su posición y velocidad.



Nubes de partículas



Aplicación: Filtro de partículas [Método secuencial de Monte Carlo]



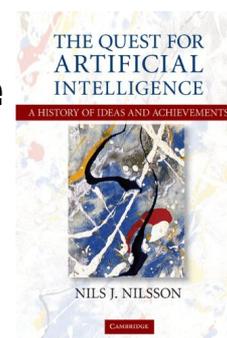
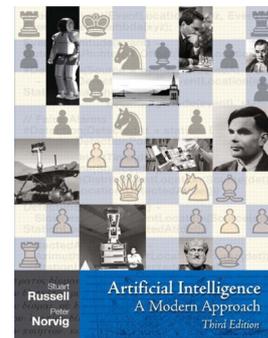
<http://www.cs.washington.edu/robotics/mcl/>



Bibliografía



- Stuart Russell & Peter Norvig:
**Artificial Intelligence:
A Modern Approach**
Prentice-Hall, 3rd edition, 2009
ISBN 0136042597
- Nils J. Nilsson
The Quest for Artificial Intelligence
Cambridge University Press, 2009
ISBN 0521122937





Bibliografía complementaria

- Elaine Rich & Kevin Knight:
Artificial Intelligence.
McGraw-Hill, 1991.
- Patrick Henry Winston:
Artificial Intelligence.
Addison-Wesley, 1992.
- Nils J. Nilsson:
Principles of Artificial Intelligence.
Morgan Kaufmann, 1986.

